



## Höhere Werkstoffmechanik – Übungsblatt Nr. 2

### Thema: Materialversagen durch plastische Verformung

#### Formelsammlung

##### 1. Dünnwandiges Rohr unter Innendruck p:

$$\sigma_t = \frac{p \cdot r}{t} \quad \sigma_l = \frac{p \cdot r}{2t} \quad \sigma_r \approx 0$$

( $\sigma_t$ : Umfangsspannungen,  $\sigma_l$ : Längsspannungen,  $\sigma_r$ : Radialspannungen,  
p: Innendruck, t: Wandstärke, r: mittlerer Radius)

keine Schubspannungen im r,  $\phi$ , z-Koordinatensystem

##### 2. Vergleichsspannungen

N-Hypothese:  $\sigma_v = \sigma_1$

S-Hypothese:  $\sigma_v = \sigma_1 - \sigma_3$

GE-Hypothese:  $\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$

##### 3. Berechnung der Hauptspannungen

Schritt 1: Bestimmung der Invarianten  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  des Spannungstensors.

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2$$

Schritt 2: Die 3 Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  sind die Lösungen der Gleichung

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0.$$

Anmerkung: Als Gleichung 3. Ordnung hat diese Bestimmungsgleichung 3 Lösungen für  $\sigma$ , eben die 3 Hauptspannungen.

### Aufgabe 1

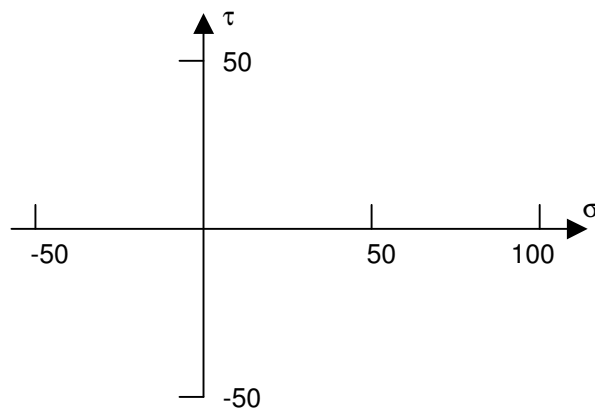
Rechnen Sie folgende Drücke von bar in  $\text{N/mm}^2$  (bzw. umgekehrt) um:

10 bar, 0,29 bar, 0,04  $\text{N/mm}^2$ , 350  $\text{N/mm}^2$

### Aufgabe 2 (Prüfungsaufgabe Juli 2002)

In einem zylinderförmigen Druckbehälter des Durchmessers 2m und der Wandstärke 10cm herrscht der Innendruck 100bar. Die zulässige Spannung des verwendeten Stahles (Fließen darf nicht auftreten) betrage  $120\text{N/mm}^2$ .

1. Wie lauten die Hauptspannungen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  des in der Behälterwand herrschenden Spannungstensors (in  $\text{N/mm}^2$ )?
  2. Zeichnen Sie den dazugehörigen Mohrkreis.
- zu Aufgabenteil 2 (alle Zahlenwerte in  $\text{N/mm}^2$ ):



### Aufgabe 3 (Prüfungsaufgabe Juli 2003)

An einem belasteten Bauteil wird der folgende Spannungstensor ermittelt:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & -15 & 40 \\ -15 & 45 & -60 \\ 40 & -60 & 0 \end{pmatrix}_{xyz} \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Berechnen Sie die Hauptspannungen und die maximale Schubspannung  $\tau_{\max}$ .